MATEMÁTICA DISCRETA

Segundo cuatrimestre – Año 2015

Práctico 4 – Parte I

RELACIONES

1. Escriba la relación como un conjunto de pares ordenados

   a) La relación R está dada en la siguiente tabla:

8840	Martillo
9921	Tenazas
452	Pintura
2207	Alfombra

   b) La relación R en $\{1,2,3,4\}$ definida por $(x, y) \in R$ si $x^2 \geq y$

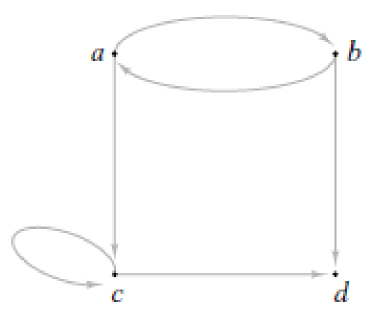
2. Dibuje la digráfica de cada relación:

   a) La relación $R = \{(1,2),(2,1),(3,3),(1,1),(2,2)\}$ sobre $X = \{1,2,3\}$

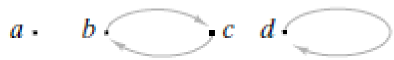
   b) La relación $R = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,1)\}$ sobre $X = \{1,2,3,4\}$

3. Dada la digráfica, escriba la relación como un conjunto de pares ordenados:

   a)



b)



c)

4. Con la relación *R* en el conjunto $\{1,2,3,4,5\}$ definida por la regla $(x,y) \in R$ si $x + y \leq 6$.

a) Liste los elementos de *R*.

b) Liste los elementos de R^{-1}.

c) Encuentre el dominio de *R*.

d) Encuentre el rango de *R*.

e) Encuentre el dominio de R^{-1}.

f) Encuentre el rango de R^{-1}.

g) ¿Esta relación, es reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva y/o de un orden parcial?

5. Con la relación *R* en el conjunto $\{1,2,3,4,5\}$ definida por la regla $(x,y) \in R$ si $x = y - 1$.

a) Liste los elementos de *R*.

b) Liste los elementos de R^{-1}.

c) Encuentre el dominio de *R*.

d) Encuentre el rango de *R*.

e) Encuentre el dominio de R^{-1}.

f) Encuentre el rango de R^{-1}.

g) ¿Esta relación, es reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva y/o de un orden parcial?

6. Determine si cada relación definida en el conjunto de los números enteros positivos es reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva y/o de un orden parcial.

a) $(x, y) \in R$ si $x = y^2$.

b) $(x, y) \in R$ si $x > y$.

7. Sean R_1 y R_2 las relaciones en $\{1,2,3,4\}$ dadas por

$$R_1 = \{(1,1),(1,2),(3,4),(4,2)\}$$

$$R_2 = \{(1,1),(2,1),(3,1),(4,4),(2,2)\}.$$

Liste los elementos de $R_1 \circ R_2$ y $R_2 \circ R_1$

8. Proporcione ejemplos de relaciones en $\{1,2,3,4\}$ que tengan las propiedades especificadas:

a) Reflexiva, simétrica y no transitiva.

b) No reflexiva, simétrica, no antisimétrica y transitiva.

9. Sean *R* y *S* relaciones sobre *X*. Determine si cada afirmación es verdadera o falsa. Si la afirmación es verdadera demuéstrelo; de otra manera dé un contraejemplo.

a) Si *R* y *S* son transitivas, entonces $R \cap S$ es transitiva.

b) Si *R* y *S* son reflexivas, entonces $R \circ S$ es reflexiva.

c) Si *R* y *S* son simétricas, entonces $R \cap S$ es simétrica.

d) Si *R* y *S* son antisimétricas, entonces $R \cap S$ es antisimétrica.

10. ¿Qué está equivocado en el siguiente argumento, que se supone demuestra que cualquier relación *R* sobre X que es simétrica y transitiva es reflexiva?

Sea $x \in X$ *. Usando la simetría, se tiene que* (x, y) *y* (y, x) *están ambos en R. Como* $(x, y),(y, x) \in R$ *, por la transitividad se tiene* $(x, x) \in R$ *. Por lo tanto, R es reflexiva.*

MATEMÁTICA DISCRETA

Segundo cuatrimestre – Año 2015

Práctico 4 – Parte II

RELACIONES DE EQUIVALENCIA

1. En cada caso determine si la relación indicada es una relación de equivalencia en $\{1,2,3,4,5\}$. Si la relación es una relación de equivalencia, liste las clases de equivalencia.

a) $R = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(1,3),(3,1)\}$

b) $R = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$

c) $R = \{(x,y) : 1 \leq x \leq 5 \wedge 1 \leq y \leq 5\}$

d) $R = \{(x,y) : x + y = 3 \cdot z, z \in \mathbf{Z}\}$

e) $R = \{(x,y) : 2 - y = x \cdot z, z \in \mathbf{Z}\}$

[Aclaración: en el inciso *d)* los elementos *x, y* que pertenecen a la relación son aquellos que al sumarlos son divisibles por 3]

[Aclaración: en el inciso *e)* los elementos *x, y* que pertenecen a la relación son aquellos que *x* divide a $2 - y$]

2. En cada caso determine si la relación indicada es una relación de equivalencia en el conjunto de todas las personas.

a) $\{(x, y) \mid x$ y y son de la misma altura$\}$

b) $\{(x, y) \mid x$ es más alto que $y\}$

3. En cada caso, liste los miembros de la relación de equivalencia en $\{1,2,3,4\}$ definida (como en el teorema 3.2.1) por la partición dada. Además, encuentre las clases de equivalencia [1], [2], [3] y [4].

a) $\{\{1,2\},\{3,4\}\}$

b) $\{\{1\},\{2\},\{3\},\{4\}\}$

c) $\{\{1,2,3,4\}\}$

4. Si una relación de equivalencia tiene sólo una clase de equivalencia, ¿cómo debe verse la relación?

5. Si R es una relación de equivalencia en un conjunto X y $|X| = |R|$, ¿cómo debe verse la relación?

6. ¿Cuántas relaciones de equivalencia hay en el conjunto $\{1,2,3\}$?

7. Sea $X = \{1,2,...,10\}$. Defina una relación R sobre $X \times X$ como $(a,b)R(c,d)$ si $a + d = b + c$.

a) Demuestre que R es una relación de equivalencia sobre $X \times X$.

b) Liste un miembro de cada clase de equivalencia en $X \times X$.

8. Sea $X = \{1,2,...,10\}$. Defina una relación R sobre $X \times X$ como $(a,b)R(c,d)$ si $ad = bc$.

a) Demuestre que R es una relación de equivalencia sobre $X \times X$.

b) Liste un miembro de cada clase de equivalencia en $X \times X$.