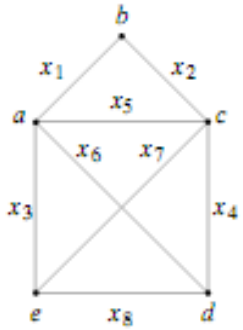
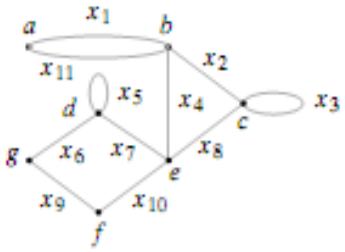
MATEMÁTICA DISCRETA
Segundo cuatrimestre - Año 2015

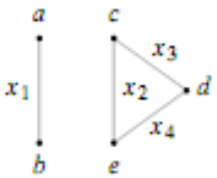
Práctico 7 - Parte V

REPRESENTACIÓN MATRICIAL DE GRAFOS

1. Para cada uno de los siguientes grafos, escriba la *matriz de adyacencia* y la *matriz de incidencia* correspondientes.

a)


b)


c)


d) El grafo completo sobre 5 vértices K_5.
e) El grafo completo bipartito $K_{2,3}$.

2. En cada caso, dibuje el grafo representado por la matriz de adyacencia dada.

a)
$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

c) La matriz de 7×7 cuyo elemento $ij - ésimo$ es 1 si $i+1$ divide a $j+1$ o $j+1$ divide a $i+1$ para $i \neq j$, 2 si $i = j$, y 0 en cualquier otro caso.

3. Escriba la matriz de adyacencia de las componenetes de cada grafo representado por las matrices de adyacencia del ejercicio anterior.

4. Sea A la matriz de adyacencia para el grafo del ejercicio $1 - a$). ¿Cuál es el elemento en el renglón a y la columna d de A^5? Responda y justifique sin calcular el producto matricial.

5. En cada caso, dibuje el grafo reoresentado por la matriz de incidencia dada.

a)
$$\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. ¿Qué se puede decir de un grafo si algún renglón de su matriz de incidencia tiene sólo ceros?

7. Considere una matriz de la forma

$$M = \left(\begin{array}{c|c} & M\prime \\ \hline M\prime\prime & \end{array}\right)$$

donde todas las entradas de las submatrices $M\prime$ y $M\prime\prime$son 0.

a) Si M es la matriz de adyacencia de un grafo G, ¿qué se puede decir sobre el aspecto de G?

b) Si M es la matriz de incidencia de un grafo G, ¿qué se puede decir sobre el aspecto de G?