

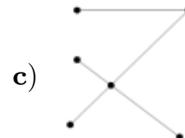
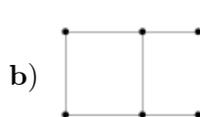
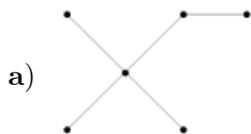
MATEMÁTICA DISCRETA  
Segundo cuatrimestre - Año 2015

Práctico 8 - Parte I

ÁRBOLES: DEFINICIÓN, TERMINOLOGÍA Y  
CARACTERIZACIONES.

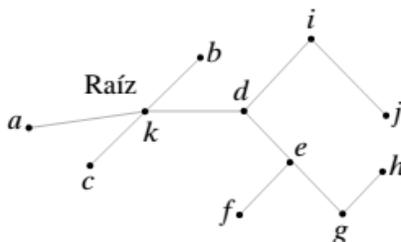
*Sugerencia:* Para los ejercicios 1 al 3 tenga en cuenta la **definición 9.1.1**.

1. Determine cuáles de los siguientes grafos son árboles.



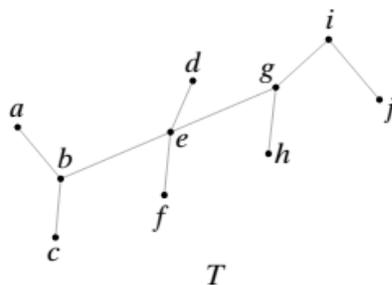
2. ¿Para qué valores de  $m$  y  $n$  el grafo bipartito completo sobre  $m$  y  $n$  vértices es un árbol?
3. ¿Para qué valores de  $n$  el grafo completo sobre  $n$  vértices es un árbol?
4. Encuentre el nivel de cada vértice en el árbol siguiente. Luego, indique cuál es la altura del árbol.

*Sugerencia:* Lea el **ejemplo 9.1.3** y los comentarios que le preceden.



5. Dibuje el árbol  $T$  de la figura siguiente (figura 9.1.5) como un árbol con raíz en el vértice  $a$ . Luego, encuentre la altura de dicho árbol.

*Sugerencia:* Lea el **ejemplo 9.1.4**.



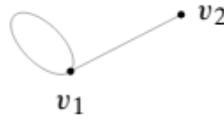
6. Dé un argumento para mostrar que un árbol es siempre un grafo plano.

*Sugerencia:* Tenga en cuenta el **Teorema 8.7.7**.

7. Dé un argumento para mostrar que un árbol es siempre un grafo bipartito.

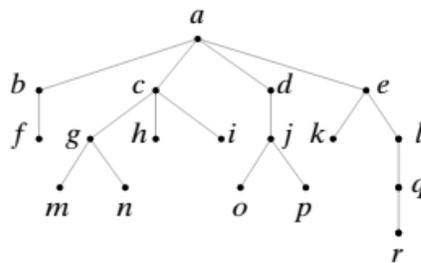
*Sugerencia:* Considere los conjuntos  $V_1$  y  $V_2$  conformados por los vértices en niveles pares y los vértices en niveles impares, respectivamente.

8. El grafo conexo que se muestra a continuación tiene una trayectoria simple única de cualquier vértice a cualquier otro, pero no es un árbol. Explique por qué.



*Sugerencia:* Para los ejercicios 9 y 10 recuerde la **definición 9.2.1**.

9. Para el siguiente árbol, encuentre lo que se indica en cada ítem.



- a) El padre de  $h$ .
- b) Los ancestros de  $j$ .
- c) Los hijos de  $d$  y de  $e$ .
- d) Los descendientes de  $c$ .
- e) Los hermanos de  $f$  y de  $h$ .
- f) Los vértices terminales.
- g) Los vértices internos.
- h) El subárbol con raíz en  $c$  (dibújelo).
- i) El subárbol con raíz en  $b$  (dibújelo).

10. En un árbol con raíz:

- a) ¿Qué se puede decir de dos vértices que tienen el mismo padre?
- b) ¿Qué se puede decir de dos vértices que tienen los mismos ancestros?
- c) ¿Qué se puede decir de dos vértices que tienen un descendiente en común?
- d) ¿Qué se puede decir de un vértice que no tiene ancestros?
- e) ¿Qué se puede decir de un vértice que no tiene descendientes?

*Sugerencia:* Para los ejercicios 11 y 12 tenga en cuenta el **Teorema 9.2.3**.

**11.** En cada ítem, dibuje un grafo que tenga las propiedades indicadas o explique por qué no existe tal grafo.

- a) Cinco aristas; siete vértices.
- b) Árbol; cinco aristas; siete vértices.
- c) Árbol; seis vértices con grados 1, 1, 1, 1, 3, 3.
- d) Conexo; acíclico; que no sea un árbol.

**12.** En cada ítem, responda y justifique.

- a) Si se permiten ciclos de longitud 0, ¿un grafo consistente en un solo vértice y ninguna arista es un árbol?
- b) Si se permite que los ciclos repitan aristas, ¿un grafo consistente en una sola arista y dos vértices es un árbol?